

# 有限元素法於加勁擋土結構之穩定分析

柳政男、陳祐旻、許書凱

盟鑫工業股份有限公司

## 摘要

加勁擋土牆由於可降低工程成本、縮短工期、且具有較佳之耐震性及生態景觀性，近幾年來於各類工程上之應用已漸趨普遍。目前在設計上加勁結構之穩定分析與檢核多藉由極限平衡法求取其安全係數，但極限平衡法對於邊坡穩定問題於分析上存有若干理想化假設，且無法真實反應加勁結構之應力應變行為，為此本文採用具解析加勁結構變形行為之有限元素法與極限平衡法進行比較，研究結果顯示，利用有限元素法分析加勁結構之安全係數與極限平衡法結果具一致性，且有限元素法更能進一步探求加勁結構之應力應變行為而得到更完整之分析成果。

## APPLICATION OF FINITE ELEMENT PROCEDURE ON THE REINFORCEMENT STRUCTURE STABILITY ANALYSIS

MICHAEL LIU、JESSIE CHEN、KEVIN HSU

GOLD JOINT INDUSTRY

### ABSTRACT

MSE Wall is traditionally analyzed with limit equilibrium method. The factor of safety is used as a criterion for assessing safety of MSE Structure. However, stress and deformation in the soil mass of MSE Structure would not be possibly obtained with limit equilibrium analysis. Methodology along with the finite element procedure for analyzing MSE Structure stability problems is studied in this paper. The result shows that factor of safety analyzed with finite element method are close to those analyzed with limit equilibrium method for various slope angles and soil properties. Moreover, finite element method utilizes more reasonable soil behavior.

## 一、前言

加勁擋土結構之應用除可降低工程成本、縮短工期、容許結構較大變形及具較佳之景觀性外，亦可利用其柔韌結構特性，有效地消弭台灣發生率極高之地震威脅，因此近幾年來逐漸普遍被應用在公共與民間之一般填方工程或重視生態景觀之工程上。目前加勁結構分析多藉由極限平衡法求取結構抵抗滑動之安全係數，並以之判定加勁邊坡是否安全穩定。但極限平衡法對於邊坡穩定問題存有若干不甚合理之假設與理論背景，例如(1)預設滑動破壞面以及(2)假設破壞滑動面上每一點均同時達塑性極限狀態；另外極限平衡法無法考慮土壤歷史對邊坡安全穩定之影響，以致於無法分析土體之應力與應變位移發展情況(范嘉程與馮道偉，2003)。

有限元素法採用土壤強度折減之方式求取邊坡之安全係數，係連續對土壤強度參數 $c$ 值及內摩擦角 $\phi$ 進行折減，導致邊坡產生大變形之破壞狀態。由於有限元素法在進行邊坡穩定分析時，不需預先假設破壞面之形狀及位置，其破壞之產生定義在土壤之剪力強度無法抵抗邊坡的下滑力，是以較能合理模擬邊坡位移與破壞的發展。為此，本文乃採用有限元素法進行加勁結構之穩定分析，而為驗證有限元素法於加勁結構分析之合理性與正確性，本文亦針對不同幾何條件及土壤性質之邊坡，進行極限平衡法與有限元素法分析結果之比較。

## 二、加勁結構穩定分析方法

在分析加勁結構穩定問題時，一般可分為極限平衡法與數值分析法。極限平衡法乃土壤在極限狀態下計算力與力矩之平衡方法，不考慮土壤組合律；而另一則採用數值分析法，如有限差分法、有限元素法等，有限元素法基於連體力學原理，可適當模擬材料受力與變形行為。

以極限平衡法分析加勁邊坡之優勢在於其可快速獲得一安全係數，並作為結構設計之依據。而有限元素法之電腦應用程式近年快速發展，利用數值分析方法已漸趨簡易。因此，以下便針對極限平衡法STEDwin程式及有限元素法Plaxis程式做一簡介。

### 2.1 極限平衡法

以極限平衡法評估邊坡穩定性已有多年歷史，主要假設為可能滑動土體範圍內均達極限塑性狀態以計算力與力矩之平衡，極限平衡法的優點為其分析方法簡易且可得到不錯之結果。但極限平衡法並不考慮土壤之應力應變行為，因此無法適切反映邊坡之行為[陳肇成,2002]。

極限平衡法STEDwin程式是由美國普渡大學Siege於1974年所開發，並且不斷更新，STEDwin以FORTRAN電腦程式語言撰寫而成，其依據二維之極限平衡法理論以分析邊坡穩定問題，程式中有Bishop、Janbu及Spencer等切片分析法可求取邊坡安全係數及可能滑動破壞面之位置，對於複合土層結構、地下水位、地表荷重、地震加速度皆可加以分析，因此廣為國內各工程設計單位所採用，並應用於邊坡穩定，加勁結構、地錨等之設計與分析。

極限平衡法之安全係數由力平衡及力矩平衡求得，如式(1)所示。

$$FS = \frac{\text{滑動面之抵抗力}}{\text{滑動面之驅動力}} \quad (1)$$

由於極限平衡法假設延邊坡滑動面上每一點均同時達到極限狀態，即滑動面上每一點之安全係數均相同，此與實際邊坡破壞行為並不完全相符，因此在使用上有其限制。

### 2.2 有限元素法

有限元素法之電腦分析程式發展迅速，以有限元素法分析大地工程問題已漸如極限平衡法般簡易。由於大地工程問題多數屬於土壤結構互制問題，故分析大地結構時必須適當考慮土壤之應力應變組合律，並對於土壤之應力歷史與非均質性採適當之模擬，才能對邊坡之實際力學與變形行為有更深入的了解。

有限元素法分析程式Plaxis於1987年在荷蘭公共工程與水資源管理部的推動下，由Delft科技大學完成一初步的成果，先期用於分析河堤與軟弱土壤之行為。之後為能應用於大地工程各類問題，經過不斷的發展，目前已可用於分析路堤、土壩、基礎、加勁結構、深開挖等等應力與變形問題。

Plaxis有限元素分析法採用土壤強度折減方式以求取加勁結構之安全係數，其係連續對土壤強度參數進行折減（ $c'$ 、 $\tan \phi'$ ），使邊坡土壤抗剪強度終至無法承受土體自重而達大變形之臨界狀態，折減強度定義如式(2)、(3)。

$$c'_f = \frac{c'}{RF} \quad (2)$$

$$\phi'_f = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi'}{RF} \right) \quad (3)$$

其中，RF為剪力強度折減係數， $c'$ 及 $\tan \phi'$ 為土壤之有效凝聚力與內摩擦角， $c'_f$ 及 $\phi'_f$ 為破壞時土壤之有效凝聚力與內摩擦角，當結構發生大變形破壞時，RF即為安全係數。因 $c'$ 及 $\tan \phi'$ 同時折減，且折減值相同，所以一個結構模型只得一個安全係數。

### 三、加勁結構之有限元素法與極限平衡法安全係數分析結果比較

有限元素法不同於極限平衡法，不需預先假設破壞面的形狀及位置，其破壞的產生發生在土壤之抗剪強度無法抵抗邊坡的下滑力時，此分析方式較極限平衡法合理，且較能實際模擬邊坡破壞之發展。而為探討以有限元素法進行加勁結構邊坡穩定分析之適用性，以及與採用極限平衡法分析之差異，茲就不同邊坡條件與土層參數情況下，比較有限元素法與極限平衡法之安全係數分析結果。

#### 3.1 邊坡傾斜度之影響

研究分析之邊坡設定為一雙階加勁結構，每階各高5米，雙階共高10米，退階處取2米寬，邊坡土層設為單一土層，土壤參數值如表一，坡度設定為20°~45°。有限元素法Plaxis程式與極限平衡法STEDwin程式之分析結果比較示於圖一。

研究成果顯示，雙階加勁擋土牆在不同坡度情況下，以有限元素法分析之安全係數與極限平衡法之結果甚為接近且具一致性趨勢，其差異約為5%~10%。

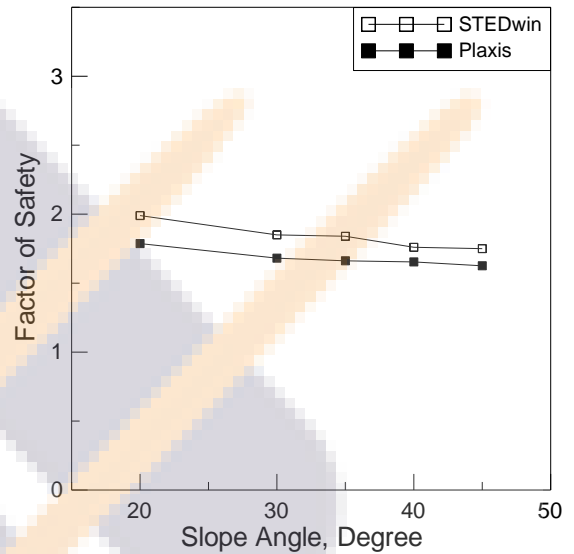
#### 3.2 土壤參數之影響

於土壤凝聚力變化情況下，比較以有限元素法與極限平衡法分析加勁結構之差異，同樣考慮一雙階加勁擋土牆，牆高共10米，坡度為45°，土壤摩擦角為15°，土壤凝聚力分別為5~20kPa，有限元素法與極限平衡法安全係數分析結果比較如圖二。分析結果發現，Plaxis程式分析結果與STEDwin結果甚為接近，且由Plaxis分析所得之安全係數約較由STEDwin分析之結果低約5%~10%，此與前段分析不同坡度下之加勁結構安全係數趨勢具一致性。

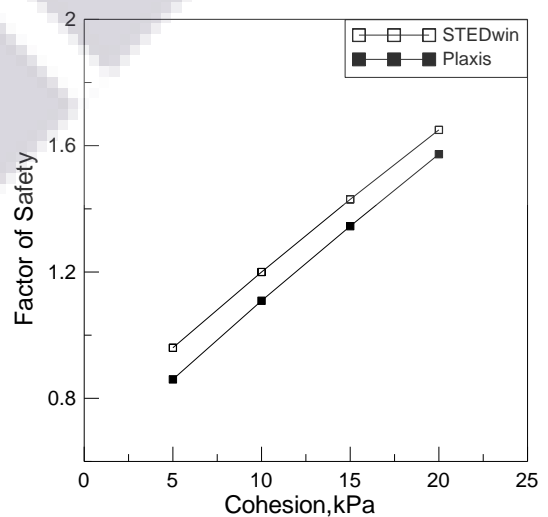
另外比較在不同土壤內摩擦角情況下，以有限元素法與極限平衡法分析加勁結構之差異。考慮之結構幾何型式同上，在土壤凝聚力15kPa的情況下，改變土壤摩擦角由2°~20°，分析結果比較如下圖三。由分析結果發現，以有限元素法Plaxis程式分析所得之安全係數與STEDwin之結果同樣甚為接近，且低約5%~10%，此與改變坡度或改變凝聚力之情況所得出之結果相似，同樣具有一致性趨勢。

表一 土層參數

土壤參數	數值
$\gamma$	16 kN/m <sup>3</sup>
$\gamma_{sat}$	18 kN/m <sup>3</sup>
C	20 kPa
$\phi$	25°
$E_s$	1000 kN/m <sup>2</sup>
$\nu$	0.35



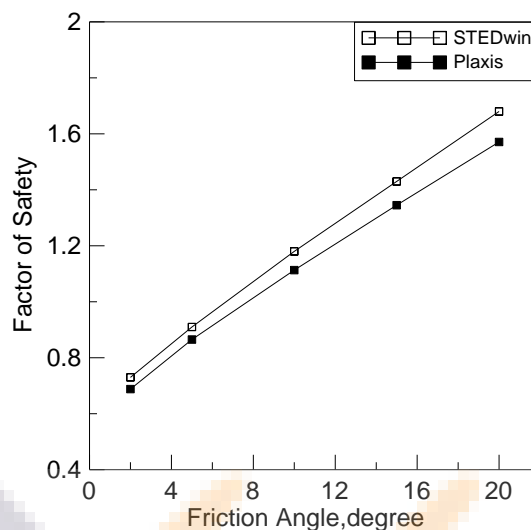
圖一 不同加勁邊坡情況下兩種軟體分析結果比較



圖二 不同土壤凝聚力下兩種軟體分析結果比較

比對使用有限元素法Plaxis程式與極限平衡法STEDwin程式進行加勁結構之穩定分析時，在不同坡度與不同土層參數條件下，有限元素法與極限平衡法所得出之安全係數分析結果十分接近，且具有一致性趨勢，因此，本文之研究成果顯示，有限元素分析法可直接應用於加勁結構之工程實務上。

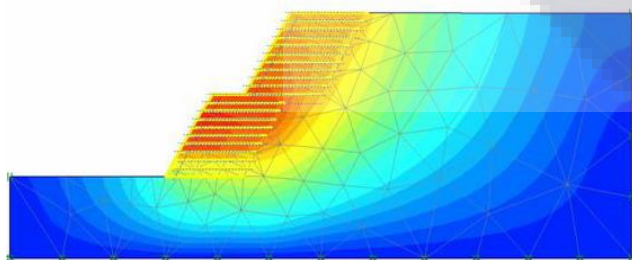
另外，根據過去以有限元素法針對無加勁結構之邊坡所進行之分析研究結果，於暴雨情況下當土壤強度或凝聚力損失，邊坡之安全係數亦隨之呈等比例下降，而當凝聚力降低至50%時，邊坡之安全係數值則呈現一明顯之驟降並直達破壞情況；且當土壤凝聚力逐漸損失時，邊坡之位移發展亦由一般典型之圓弧滑動轉變為淺層土壤滑動趨勢（范嘉程與馮道偉,2003）。但本研究以有限元素法分析暴雨狀態下之加勁結構時，其結果顯示安全係數變化並未因凝聚力降低而出現驟降情形（如圖二、三），此乃因加勁結構對土壤提供束制力，而使破壞滑動面不至如未加勁邊坡般向淺層移動所致。



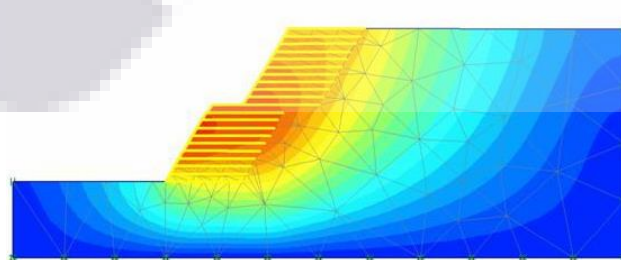
圖三 不同土壤摩擦角下兩種軟體分析結果比較

### 3.3 加勁材料之影響

於不同加勁材料強度下，以有限元素法分析結構之整體安全係數及變形量之差異，同樣考慮一雙階加勁擋土牆，牆高共10米，坡度為45°，土壤摩擦角為15°，土壤凝聚力為20kPa。改變加勁材料強度，並以有限元素分析軟體Plaxis分別進行整體安全係數及結構應力應變計算，分析結果如下圖四及五所示。由圖中發現當以不同強度加勁材料進行分析時，加勁結構之整體安全係數並無明顯之改變，但結構之變形量則會因加勁材料強度之增加而減少，由此結果可知，利用有限元素分析軟體進行加勁結構分析時，加勁材料之強度對於整體安全係數之影響甚小。另一方面，由於加勁結構相較於鋼筋混凝土擋土牆屬柔性結構，在應用面上允許其有些許的變形，但在設計面上若以極限平衡法則無法將此因素納入考量。因此當某加勁結構應用於容許變形量較小的結構物上，如加勁橋台時，則除了極限平衡分析外，可考慮再以有限元素法分析其變形量，以便於了解未來結構物建造完成後之應力應變行為。



圖四 有限元素法分析應變增量  
(EA=1500 KN/M，  
安全係數=1.669，  
變形量=4.9CM)



圖五 有限元素法分析應變增量  
(EA=2500 KN/M，  
安全係數=1.669，  
變形量=4.3CM)



## 四、加勁結構有限元素分析模擬案例研究

一般情況下，以極限平衡法進行邊坡穩定分析之優勢在於其建模過程簡易而快速，且可迅速得到結構之整體安全係數，後再直接作為設計之參考依據。本文以台灣中部某道路下邊坡崩坍修復工程為例進行探討。本工程採用加勁複合結構，基礎打設8米鋼軌樁，土層參數如表二，土工格網相關參數如表三，其中格網勁度採用5%應變時之勁度，鋼軌樁參數請參考表四。以極限平衡法進行結構穩定分析結果如圖六。結果顯示未打設鋼軌樁時其安全係數為1.37，打設鋼軌樁後其安全係數增加為1.51；且當打設鋼軌樁後，以圓弧破壞分析法分析之破壞弧有往土層深處移動之趨勢，顯示打設鋼軌樁可提高結構之安全係數，而破壞弧往地層深處推移情況下，結構體之抗滑動能力及穩定性亦同時增加，此結果尚屬合理；惟以極限平衡法分析之破壞弧顯示通過鋼軌樁，依工程經驗，其破壞發生時當不至將鋼軌樁剪斷破壞，因此以極限平衡法雖可快速得到一安全係數，但無法適切反映結構之真實破壞行為。

由於真實土層為非均質及異向性材料，並深受應力歷史之影響，此等皆將提高邊坡穩定分析時之困難度。而以極限平衡法分析邊坡穩定時，常忽略或難以考慮上述特性，因此無法確實掌握土層位移之發展與應力應變行為。另觀有限元素分析法，其基於連體力學原理，除可確實表現力平衡及變形之連續性外，並可依據不同材料組合律及破壞準則，適當模擬材料之受力與變形行為[鄧子榆,2001]。因此本研究乃以Plaxis程式再次分析上述同案例中之道路下邊坡修復設計，其結果未打設樁基礎之分析如圖七，打設樁基礎之分析如圖八。

表二 土層參數

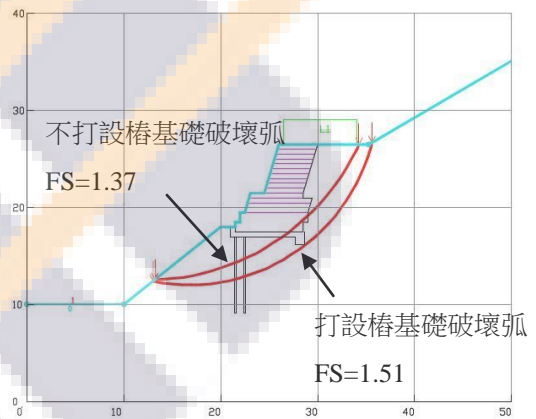
	原土層	回填層
單位重	20 kN/m <sup>3</sup>	19.5 kN/m <sup>3</sup>
濕土單位重	21 kN/m <sup>3</sup>	20 kN/m <sup>3</sup>
凝聚力	10 kPa	5 kPa
摩擦角	29°	28°

表三 土工格網參數

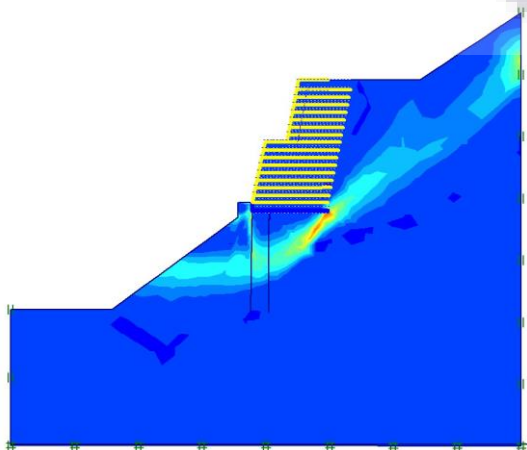
抗拉強度	150kN/m
EA	1800kN/m

表四 鋼軌樁參數

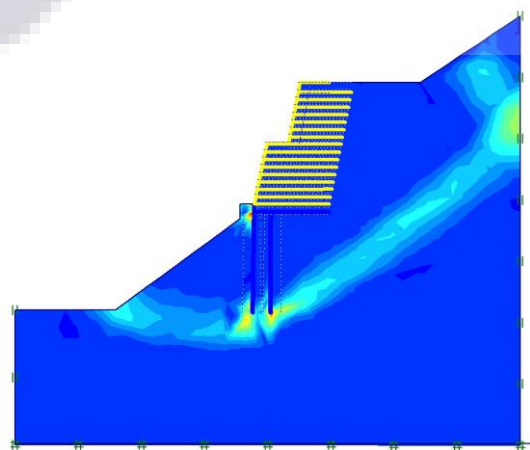
尺寸	56Kg/m
EA	2×10 <sup>6</sup> kN/m
EI	8000 kNm <sup>2</sup> /m



圖六 極限平衡法分析破壞弧



圖七 有限元素法分析最大剪應變 (未打設樁基礎)



圖八 有限元素法分析最大剪應變 (打設樁基礎)

由圖五及圖六之分析結果顯示，在皆未打設樁基礎之情況下，以極限平衡法STEDwin分析所得之破壞弧與以有限元素法Plaxis程式分析所得之破壞弧幾乎相同，此結果顯示在單純加勁結構下，由STEDwin與Plaxis分析所得之破壞弧具一致性；但當加入樁基礎後，Plaxis分析所得之最大剪應變破壞弧（如圖六）並未通過樁基礎，相較於分析破壞弧通過基樁之STEDwin，Plaxis程式之分析結果乃較符合實際結構之應力應變行為。

## 五、結論與建議

本研究主要之目的為採用數值方法進行加勁結構之穩定性及安全係數分析，由於工程應用上較常見之極限平衡分析法僅需輸入少量基本參數，即可快速求得臨界滑動面及其安全係數，但事實上卻無法真實反映加勁結構或加勁複合結構之破壞行為，故本研究乃以有限元素法Plaxis程式作為分析加勁結構之工具，研究結果如下。

1. 相較於極限平衡法，有限元素法無須假設破壞面之形狀及位置，其破壞乃發生在土壤之抗剪強度無法抵抗邊坡之下滑力時，因此更能符合結構破壞時之真實應力應變行為。
2. 有限元素法其乃採用土壤強度折減法以求取結構穩定安全係數，一個結構模型只得一個安全係數；而極限平衡法STEDwin則為計算眾多假設滑動面之個別安全係數後，再從中歸納得最低之安全係數值作為整體結構穩定分析之結果。
3. 不論採用極限平衡法或有限元素法，其安全係數之分析結果皆具一致性趨勢，且在不同坡度或不同土層參數下，兩者安全係數值差距皆在10%以內，因此有限元素法可作為與極限平衡法交叉檢核正確性之方法。
4. 在實務應用上，以極限平衡法雖已可求得一合理之整體穩定安全係數，但為進一步了解加勁結構之真實應力應變行為，可以有限元素法進一步分析其潛在破壞行為。

## 參考文獻

- 范嘉程，馮道偉(2003)，”以有限元素法探討暴雨時邊坡之穩定分析”，地工技術第95期，第61-74頁
- 陳肇成(2002)，”土壤邊坡穩定數值分析方法之研究”，博士論文，中興大學土木工程學系。
- 鄧子榆(2001)，”以有限元素法進行邊坡穩定分析之研究”，碩士論文，中原大學土木工程系。